

IMPLEMENTAÇÃO DA TRANSFORMADA DE FOURIER BIDIMENSIONAL PARA ANÁLISE DE ESTRUTURAS ESPIRAIS EM GALÁXIAS

IMPLEMENTATION OF THE TWO-DIMENSIONAL FOURIER TRANSFORM FOR ANALYSIS OF SPIRAL STRUCTURES IN GALAXIES

Stella Faria Costa¹
Irapuan Rodrigues de Oliveira Filho²
Lucas Antonio Caritá³

Resumo: As galáxias espirais normais possuem um núcleo, disco, bojo, halo e braços espirais. Esses sistemas despertam muita curiosidade, atração e questionamentos científicos e conseqüentemente, muitos estudos e técnicas são propostas para análise destas estruturas. Neste trabalho implementamos o método da Transformada de Fourier bidimensional para a análise das estruturas espirais das galáxias e para isso, foi desenvolvido um programa em *Python*. O algoritmo foi testado usando três imagens: uma espiral logarítmica de dois braços, uma espiral logarítmica de três braços e uma imagem da galáxia NGC 4321. Com esta técnica conseguimos determinar as componentes dominantes em cada uma das estruturas espirais, sendo elas, respectivamente, $m = 2$, $m = 3$ e $m = 2$.

Palavras-chave: estruturas espirais; galáxias; Transformada de Fourier bidimensional.

Abstract: Normal spiral galaxies have a nucleus, disk, bulge, halo, and spiral arms. These systems arouse a lot of curiosity, attraction, and scientific questions and, consequently, many studies and techniques are proposed for the analysis of such structures. In this work, we implement the two-dimensional Fourier Transform method to analyze the spiral structures of galaxies and for that, a Python program was developed. The algorithm was tested using three images: a two-armed logarithmic spiral, a three-armed logarithmic spiral, and an image of the galaxy NGC 4321. With this technique we were able to determine the dominant components in each of the spiral structures, being $m = 2$, $m = 3$ and $m = 2$, respectively.

Key words: spiral structures; galaxies; two-dimensional Fourier Transform.

Data de submissão: 09.08.2022

Data de aprovação: 09.02.2023

Identificação e disponibilidade:

(<https://revista.univap.br/index.php/revistaunivap/article/view/4427>,
<http://dx.doi.org/10.18066/revistaunivap.v29i61.4427>).

¹ Doutoranda em Física e Astronomia pela Universidade do Vale do Paraíba - Univap. E-mail: steefaria@gmail.com.

² Professor integral, desenvolve suas atividades de pesquisa no IP&D, Universidade do Vale do Paraíba - Univap. E-mail: irapuan.rodrigues@gmail.com.

³ Professor e pesquisador efetivo, em regime de dedicação exclusiva, da Faculdade de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) no campus São José dos Campos. E-mail: prof.carita@ifsp.edu.br.

1 INTRODUÇÃO

Galáxias são sistemas compostos de estrelas, gás e poeira interestelar, e de matéria escura. As galáxias apresentam formas, cores e tamanhos variados, e muitos sistemas de classificação foram criados baseados em sua aparência visual (Villamizar, 2001). O Sistema de Classificação de Hubble (ou Diagrama de Hubble) é um dos mais usados até hoje e divide as galáxias em quatro tipos morfológicos: elípticas, lenticulares, espirais (normais e barradas) e irregulares. As galáxias espirais normais possuem um núcleo, disco, bojo, halo e braços espirais. Tais sistemas despertam curiosidade, atração e questionamentos científicos, como: “qual a sua origem?”, “como sua estrutura espiral se mantém?”. Consequentemente, muitos estudos e técnicas são propostas para a análise das estruturas espirais presentes nas galáxias.

Em 1927, Bertil Lindblad foi o primeiro pesquisador a trabalhar teoricamente neste assunto e acreditava que a estrutura espiral vinha da interação entre as órbitas das estrelas do disco, por isso deveria ser investigada a partir de dinâmica estelar. 37 anos depois, o matemático C. C. Lin e o astrônomo Frank Shu desenvolveram a teoria das ondas de densidade, a qual aparenta resolver muitos destes questionamentos associados aos braços espirais. De acordo com essa teoria, os braços espirais podem ser interpretados como ondas que se propagam no disco, azimutalmente, como um corpo rígido. A partir disso, diversos outros estudos e técnicas importantes foram propostas para o estudo dessas estruturas, dentre elas temos as técnicas de Fourier (Puerari & Dottori, 1997, Villamizar, 2001, Sakhibov et al., 2021).

Neste trabalho estudamos as estruturas de galáxias espirais através do método da Transformada de Fourier bidimensional. Para isso, desenvolvemos um programa em *Python* e utilizamos imagens de espirais logarítmicas teóricas e imagens reais da galáxia NGC 4321. Com esta técnica é possível analisarmos os espectros de Fourier de cada modo (m) em função do raio, o que possibilita determinar qual é o modo dominante, como será discutido na Seção seguinte.

2 METODOLOGIA

Com o intuito de analisar as estruturas de galáxias espirais, é natural que, primeiramente, sejam apresentados alguns conceitos e as bases utilizadas para este estudo.

2.1 GALÁXIAS ESPIRAIS

Vários estudos mostram que as espirais logarítmicas $\Psi(r) = \alpha \ln(r)$ descrevem com precisão os braços das galáxias discoidais (Groot, 1925, 1926; Reynolds, 1925; Rots, 1975; Boeshaar & Hodge, 1977). Em Groot (1925, 1926), por exemplo, foi realizada uma análise que incluía espirais de Arquimedes, espirais de Cotes, hiperbólicas e logarítmicas, concluindo que as espirais logarítmicas são as que se ajustam e representam melhor os braços de galáxias *grand design*.

Segundo Villamizar (2001) uma espiral logarítmica está definida pela expressão:

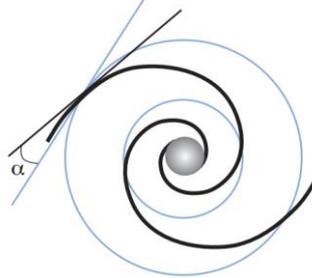
$$r = r_0 e^{\frac{-m}{p}\theta} \quad (1)$$

sendo m o número de braços (ou periodicidade angular), r e θ as coordenadas polares e p a variável relacionada ao *pitch angle* α da espiral pela relação:

$$\tan \alpha = \frac{-m}{p}. \quad (2)$$

O *pitch angle* é um parâmetro fundamental, pois mede o grau de enrolamento dos braços espirais. Podemos medi-lo traçando um círculo num determinado raio ao redor do núcleo, uma tangente a esse círculo e uma tangente à espiral, e α será o ângulo entre essas retas (Figura 1).

Figura 1 - *Pitch angle* nos braços espirais.

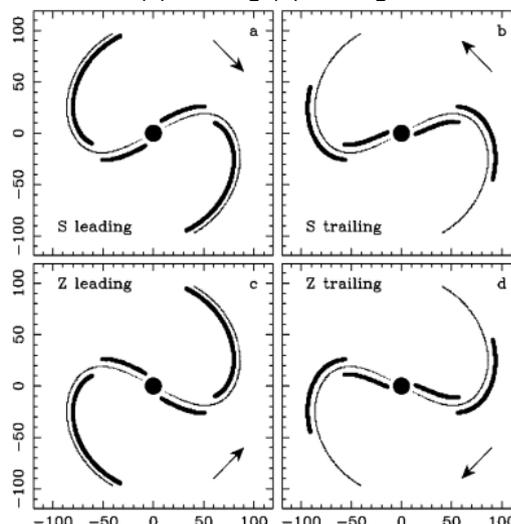


Fonte: Picazzio (2011).

Sendo assim, braços fortemente enrolados possuem *pitch angles* bem pequenos, enquanto braços menos enrolados possuem valores maiores. Podemos notar essa variação e o aumento do *pitch angle* ao longo da sequência de Hubble, onde espirais *Late-type* exibem braços mais abertos do que espirais *Early-type* (Yu & Ho, 2020).

Outro fator importante presente nas galáxias espirais é o caráter *leading* ou *trailing* dos braços. Um braço espiral é do tipo *leading* quando está enrolado na mesma direção que a de rotação do disco galáctico. Quando o sentido de enrolamento do braço espiral é contrário a direção de rotação do disco galáctico, teremos o tipo *trailing*. Além disso, temos espirais com braços do tipo S e Z.

Figura 2 - Exemplos de espirais do tipo S: (a) *leading* e (b) *trailing*, e exemplos de espirais do tipo Z: (c) *leading* (d) *trailing*.



Fonte: Villamizar (2001).

Com relação à aparência dos braços espirais, as galáxias espirais ainda podem ser classificadas como flocculentas (infinidade de braços mal definidos, descontínuos e irregulares), *grand design* (braços bem definidos e simétricos) ou braços múltiplos (características intermediárias). Apenas 10% das galáxias espirais são *grand design*, 30% são espirais flocculentas e 60% possuem braços múltiplos (Castiblanco Tolosa, 2014).

2.2 TRANSFORMADA DE FOURIER BIDIMENSIONAL

Para qualquer função $f(x)$ que satisfaça as condições de integrabilidade, a equação

$$\mathcal{F}[f(x)] = F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ikx} dx \quad (3)$$

é conhecida como Transformada de Fourier de $f(x)$. Conhecendo $F(k)$, podemos recuperar $f(x)$ calculando a Transformada Inversa de Fourier, que é expressa por

$$\mathcal{F}^{-1}[F(k)] = f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k)e^{ikx} dk. \quad (4)$$

Analogamente, para uma função $f(x, y)$ de duas variáveis, teremos:

$$\mathcal{F}(k, l) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)e^{-i(kx+ly)} dx dy \quad (5)$$

e

$$\mathcal{F}^{-1}[F(k, l)] = f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k, l)e^{i(kx+ly)} dk dl \quad (6)$$

sendo estas equações a Transformada de Fourier bidimensional e a Transformada Inversa de Fourier bidimensional, respectivamente.

De acordo com Villamizar (2001), a distribuição de densidade contínua $I(u, \theta)$, que corresponde à matriz discreta $I(u_k, \theta_l)$, pode ser expandida em séries de Fourier no ângulo azimutal θ e numa integral sobre o logaritmo do raio u . Desta forma, podemos escrever

$$I(u, \theta) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(p, m)e^{i(pu+m\theta)} dp \quad (7)$$

onde m é o número de onda azimutal ou o número de braços espirais, e p é o número de onda radial logarítmico ou a medida da direção e do grau de enrolamento dos braços espirais. O coeficiente de Fourier $A(p, m)$ é a intensidade da componente que tem uma forma espiral logarítmica com m braços que possuem valor de *pitch angle* $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-m}{p}\right)$.

Podemos obter a componente de Fourier $A(p, m)$ fazendo a transformada de Fourier em $I(u, \theta)$, de modo que:

$$\begin{aligned}
A(p, m) &= \frac{1}{\sum_{k'=1}^{m'} \sum_{l'=1}^{n'} w_{k'l'}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} \sum_{k'=1}^{m'} \sum_{l'=1}^{n'} w_{k'l'} \delta(u - u_{k'l'}) \delta(\theta - \theta_{k'l'}) e^{-i(pu+m\theta)} du d\theta \\
&= \frac{1}{\sum_{k'=1}^{m'} \sum_{l'=1}^{n'} w_{k'l'}} \sum_{k'=1}^{m'} \sum_{l'=1}^{n'} w_{k'l'} e^{-i(pu+m\theta)}
\end{aligned} \tag{8}$$

onde w_{kl} é o peso do ponto (k, l) que está localizado nas coordenadas (r_{kl}, θ_{kl}) e $u_{kl} = \ln(r_{kl})$.

Para obtenção da matriz $A(p_i, m)$ foi utilizada também a Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform - FFT*). O algoritmo da FFT estabelece limites na resolução máxima espectral e no intervalo espectral, de modo que temos os valores de m e p restringidos a: $1 \leq m \leq 6$, $-50 \leq p \leq 50$ com $\Delta m = 1$ e $\Delta p = 0,25$. Além disso, de acordo com Press et al. (1992) os dados devem ser igualmente espaçados, e com a limitação de que os valores de M e N (dimensões da matriz que contém a distribuição de intensidades em coordenadas (u, θ) deve ser uma potência de 2. Quando se decompõe uma função com o método da Transformada de Fourier o espectro de Fourier da componente mais relevante tem amplitude igual a 1 para a relação $-m/p$ (frequência principal) e os demais espectros normalizados em relação a ela. Chamamos de modo dominante ou componente principal o modo (m) em que o pico de amplitude é o mais alto. Os espectros de Fourier podem apresentar harmônicos da frequência principal, o que é comum, mas eles não representam propriedades físicas reais da estrutura espiral. Estes harmônicos que aparecem possuem frequências que são múltiplos da frequência principal, como $-2m/2p$, $-3m/3p$... além disso, os harmônicos têm amplitude menor do que a componente principal. Vale ressaltar que os harmônicos têm o valor do *pitch angle* que a componente principal, ou seja, há um critério que ajuda a reconhecê-los.

2.3 IMAGENS UTILIZADAS

Para implementação do método foi desenvolvido um programa em *Python* e foram utilizadas três imagens: uma espiral logarítmica de dois braços (Figura 3), uma espiral logarítmica de três braços (Figura 4) (criadas a partir da Equação 1, com o objetivo de testar o programa com espirais de parâmetros conhecidos), e da galáxia NGC 4321 (Figura 5). As espirais matemáticas utilizadas representam uma aproximação de casos reais.

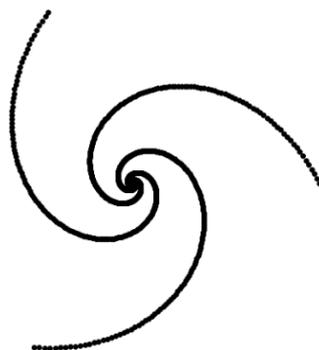
Para iniciarmos o programa, precisamos entrar com a imagem da galáxia desejada. É importante lembrar que a imagem precisa ser deprojetada caso a galáxia não esteja *face-on* (galáxia com inclinação de 0° com relação ao plano do céu).

Figura 3 - Imagem utilizada da espiral logarítmica de dois braços.



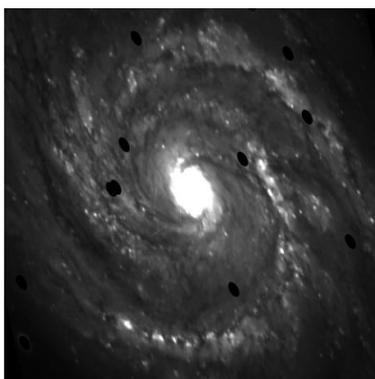
Fonte: Os autores.

Figura 4 - Imagem utilizada da espiral logarítmica de três braços.



Fonte: Os autores.

Figura 5 - Imagem utilizada da galáxia NGC 4321 após subtração das estrelas de campo e deprojeção.



Fonte: Os autores.

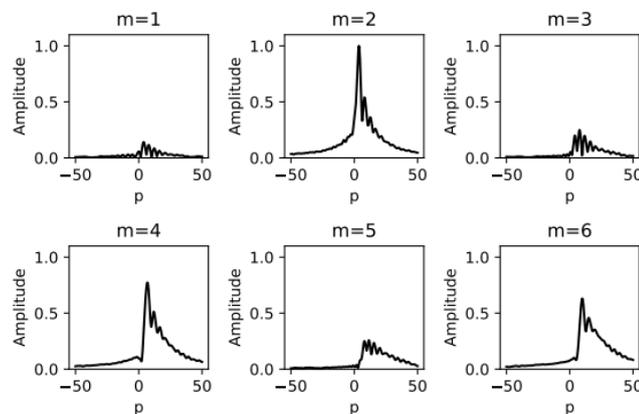
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Serão apresentados as análises e os resultados obtidos em cada imagem.

3.1 ESPIRAL LOGARÍTMICA DE DOIS BRAÇOS

Na Figura 6 são apresentados os espectros de Fourier. Nota-se que a componente $m = 2$ apresenta o maior pico ($=1$) em $p = 3.75$, logo, é a componente mais importante, com $\alpha \cong -30$. Em $m = 4$ e $m = 6$ podemos observar os harmônicos com picos localizados em $p = 6.75$ e $p = 12.15$ e $\alpha \cong -30$. O que condiz com as relações mencionadas na Seção anterior e se aproxima do valor utilizado para gerar o grau de enrolamento da imagem, que é $\approx -27^\circ$.

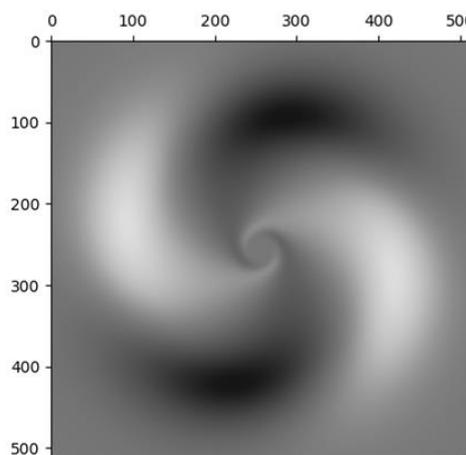
Figura 6 – Coeficientes $A(p, m)$ da transformada bidimensional de Fourier. Note a presença dos harmônicos de $m = 2$.



Fonte: Os autores.

Conseguimos reconstruir a imagem da galáxia aplicando a Transformada inversa em $A(p, m)$. Neste caso, já conseguimos recuperar bastante informação da imagem apenas com a componente $m = 2$. Note que a espiral recuperada está destacada em preto na imagem (Figura 7).

Figura 7 – Transformada Inversa para $m = 2$.

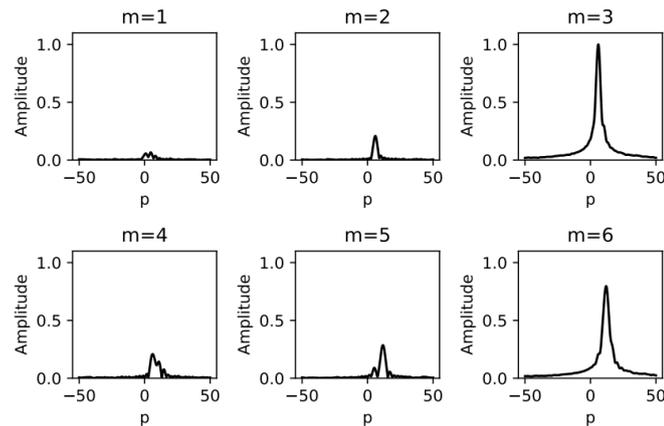


Fonte: Os autores.

3.2 ESPIRAL LOGARÍTMICA DE TRÊS BRAÇOS

Analisando os espectros de Fourier, apresentados na Figura 8, nota-se o domínio na componente $m = 3$, com o pico em $p = 6.0$ e $\alpha = -26.56^\circ$, logo, é a componente dominante neste caso. Em $m = 6$ vemos o seu harmônico com pico localizado em $p = 12.0$ e $\alpha = -26.56^\circ$. o grau de enrolamento da espiral logarítmica gerada é de aproximadamente -27° .

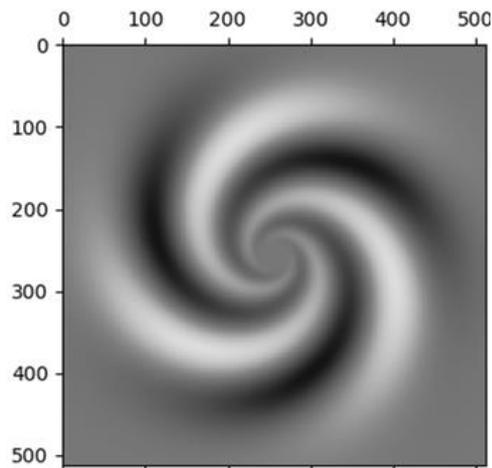
Figura 8 – Coeficientes $A(p, m)$ da transformada bidimensional de Fourier. Note a presença dos harmônicos de $m = 3$.



Fonte: Os autores.

Assim como o caso anterior, conseguimos recuperar bastante informação da imagem apenas com a componente principal, isto é, $m = 3$. Note que a espiral recuperada está destacada em preto na imagem (Figura 9).

Figura 9 – Transformada Inversa para $m = 3$.

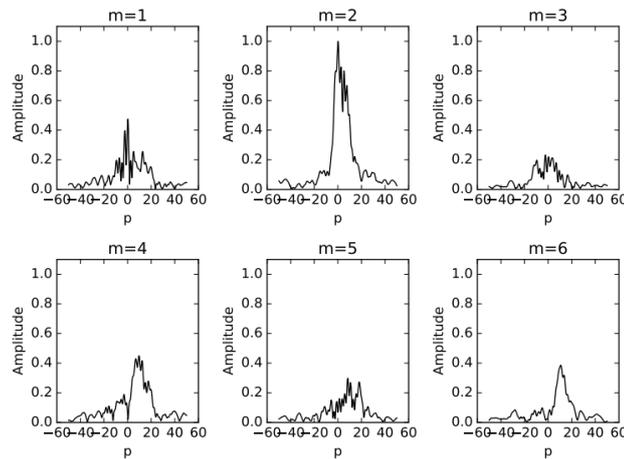


Fonte: Os autores.

3.3 NGC 4321

Analisando os espectros de Fourier para esta galáxia *grand design* (Figura 10), temos que a componente $m = 2$ é a dominante, com maior pico em $p = 4.75$ e tendo $\alpha = -22^\circ$. Este valor obtido é coerente e se aproxima à valores obtidos em outros trabalhos (Elmegreen et al., 1989; Scarano Jr, 2008).

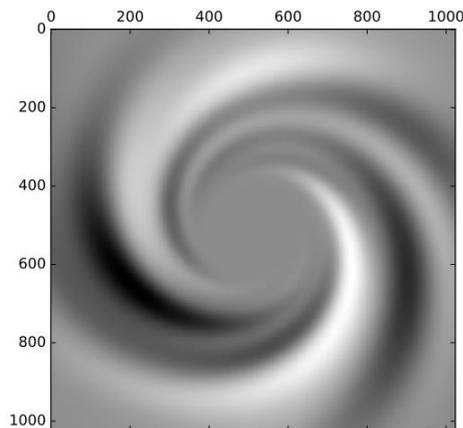
Figura 10 – Coeficientes $A(p, m)$ da transformada bidimensional de Fourier.



Fonte: Os autores.

Diferente dos casos anteriores, recuperamos a soma das componentes $m = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6 , onde foi possível recuperar bastantes detalhes da imagem original. Note que a espiral recuperada está destacada em branco na imagem (Figura 11).

Figura 11– Transformada Inversa para $m = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6 .



Fonte: Os autores.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com os resultados apresentados, observou-se que, no geral, o método apresenta boa caracterização das estruturas espirais, possibilitando a determinação das componentes dominantes nas estruturas. No nosso caso, obtivemos que a componente dominante da espiral logarítmica de dois braços é $m = 2$, da espiral logarítmica de três braços é $m = 3$ e da galáxia *grand design* NGC 4321

é $m = 2$. Uma das grandes vantagens deste método é a possibilidade de recuperar, com a transformada inversa, as componentes individuais ou somar as componentes principais.

Ainda com esse método é possível obter outros parâmetros e características importantes, assim como o *pitch angle* de cada componente. Além disso, podemos estender nossas análises comparando com resultados obtidos em outros estudos e com outras técnicas.

REFERÊNCIAS

Boeshaar, G. O., & Hodge, P. W. (1977). H II Regions and the Spiral Structure of NGC 3631. *The astrophysical journal*, 213, 361-367.

Castiblanco Tolosa, L. J. (2014). *Modelo semi-analítico de braços espirais em galáxias de disco*. [Trabalho de graduação, Universidade Pedagógica e Tecnológica da Colômbia].

Elmegreen, B. G., Elmegreen, D. M. & Seiden, P. (1989). Spiral arm amplitude variations and pattern speeds in the grand design galaxies M51, M81, and M100. *The Astrophysical Journal*, 343, 602-607.

Groot, H. (1925). Nebulæ, On the true shape of some spiral. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 85, 535-541.

Groot, H. (1926). On the spiral form of some nebulae. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 86, 146-148.

Picazzio, E. (2011). *O céu que nos envolve: Introdução à Astronomia para educadores e iniciantes*. Odysseus Editora.

Press, W. H., Teukolsky, Saul A., Vetterling, William T. & Flannery, Brian P. (1992). *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing* (2. ed.). Cambridge University Press.

Puerari, I. & Dottori, H. (1997). A morphological method to determine corotation radii in spiral galaxies. *The Astrophysical Journal*, 476(2), L73.

Sakhibov, F., Gusev, A. S. & Hemmerich, C. (2021). Azimuthal propagation of star formation in nearby spiral galaxies: NGC 628, NGC 3726, and NGC 6946. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 508(1), 912-925.

Scarano Jr, S. (2008). *Curvas de rotação e gradientes de metalicidade de galáxias espirais: o papel da corotação e novas observações*. [Tese de Doutorado em Astronomia. Universidade de São Paulo].

Reynolds, J. H. (1925). The forms and development of the spiral and allied nebulae. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 85, 1014-1020.

Rots, A. H. (1975). Distribution and kinematics of neutral hydrogen in the spiral

galaxy M 81. II-Analysis. *Astronomy and Astrophysics*, 45, 43-55.

Villamizar, N. V. (2001). *Análise de ressonâncias em galáxias espirais*. [Tese de Doutorado em Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Física].

Yu, S. Y., & Ho, L. C. (2020). The Statistical Properties of Spiral Arms in Nearby Disk Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 900(2), 150.